

Complétude des variétés lorentziennes conformes : un contre-exemple.

ADAM CHALUMEAU
Université de Strasbourg

Étant donné une variété lisse M , on peut toujours l'équiper d'une métrique riemannienne. Cependant, la structure géométrique qu'elle induit est souvent inintéressante. On essaye alors de rajouter des hypothèses géométriques sur g . Par exemple, on peut toujours demander que g soit complète (c'est à dire que la distance induite soit complète, au sens des espaces métriques). Encore mieux : on peut modifier toute métrique g en une métrique "scalée" λg pour la rendre complète. La version lorentzienne de cette question est un problème ouvert : on ne sait pas si toute variété (même compacte) admet une métrique lorentzienne complète. Je donnerai un exemple explicite de variété lorentzienne compacte $(M_{\text{Hopf}}, g_{\text{Hopf}})$ pour laquelle la stratégie de "scaling" échoue : toutes les métriques scalées λg_{Hopf} sont incomplètes.